$M \in (\Gamma) \Leftrightarrow MD + MB = DB'$

$\Leftrightarrow M'D + M'A = DB'$

$\Leftrightarrow M' \in (\Gamma')$.

3)a- $M \in (\Gamma) \cap (\Gamma') \Leftrightarrow \begin{cases} MD + MB = DB' \\ MD + MA = DB' \end{cases}$

$\Rightarrow MB = MA$

$\Leftrightarrow M \in$ méd[AB] = (DI).

b- D'après la question précédente, I' appartient à (DI).

Désignons par G_1 et G_2 les points d'intersections de (DI) et le cercle directeur de (Γ) et de (Γ') en leur foyer commun D.

$\star$ La médiatrice de $[G_1B]$ coupe (DI) en un point I_1 qui est dans (Γ) et (Γ') en effet :

- $I_1D + I_1B = I_1D + I_1G_1$
  $= DG_1 = DB'$ grand axe de (Γ)

  $\Rightarrow I_1 \in (\Gamma)$.
- $I_1D + I_1A = I_1D + I_1B$ car $I_1 \in$ (DI) la médiatrice de [AB].
  $= DB'$ grand axe de (Γ')

  $\Rightarrow I_1 \in (\Gamma')$.

$\star$ Aussi la médiatrice de $[G_2B]$ coupe (DI) en un point I_2 qui est dans (Γ) et (Γ') (on le démontre de la même manière).

On constate que I_1 et I_2 ne sont que I et I' (suivant les dispositions de G_1 et G_2).

D'où la construction (voir figure).